

수 학 시 험 문 제 (자연계 A형)

지망모집단위:

수험번호:

성명:

- * 문제지의 각 페이지가 모두 A형인지 확인 바랍니다.
- * 본 대학교 2017학년도 편입학모집 자연계열 필답고사는 총 7쪽 25문항이며, 총점은 200점입니다.
- * 문항별 배점은 문항 번호 옆에 표시되어 있습니다.
- * 오답감점제가 시행되며 오답은 배점의 $\frac{1}{5}$ 만큼 감점 됩니다. 무응답은 감점이 없습니다.
- * 답안은 별도의 OMR 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 표기하여야 합니다.
- * 연습장, 계산기 및 전자기기는 사용할 수 없습니다.

1. [6점] 함수 $f(x) = \cosh x$ 에 대하여 $f'(\ln 2)$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

2. [6점] 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p}$ 가 수렴하는 p 의 범위를 구하면?

- ① $0 < p \leq 1$ ② $0 \leq p \leq 1$ ③ $p \geq 0$
 ④ $p > 0$ ⑤ $p > 1$

3. [6점] 다음 매개곡선에 대하여 $t = \ln 2$ 일 때 $\frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하면?

$$x = t - e^t, \quad y = t + e^{-t}$$

- ① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

4. [6.8점] $x = st + s + e^t$, $y = s^2 + t$ 에 대하여 $z = 2x^2 - y$ 이다. $s = 1$, $t = 0$ 일 때 $\frac{\partial z}{\partial s}$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

5. [6.8 점] 적분값 $\int_0^1 \arctan x dx$ 를 구하면?

- ① $\frac{\pi}{4} - \frac{\ln 2}{4}$ ② $\frac{\pi}{4} - \frac{\ln 2}{2}$ ③ $\frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{4}$
 ④ $\frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{3}$ ⑤ $\frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{2}$

6. [6.8 점] 급수 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \frac{1}{(\sqrt{3})^{2n+1}}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{\pi}{12}$ ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

7. [6.8 점] 함수 $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ 가

$$F(x, y) = x^2 + y^2 + xy - 4x - 5y$$

로 정의될 때, F 는 점 (a, b) 에서 최솟값 c 를 갖는다. 이 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

8. [6.8 점] 점 $(1, 2)$ 에서 벡터 $\langle 3, 2 \rangle$ 방향으로 함수

$$f(x, y) = \int_0^{x^2+y^2} e^{-t^2} dt$$

의 변화율을 구하면?

- ① $\frac{\sqrt{13}}{e^{25}}$ ② $\frac{14\sqrt{13}}{13e^{25}}$ ③ $\frac{15\sqrt{13}}{13e^{25}}$
 ④ $\frac{16\sqrt{13}}{13e^{25}}$ ⑤ $\frac{17\sqrt{13}}{13e^{25}}$

9. [6.8점] 다음 행렬의 행렬식을 구하면?

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & -4 & 2 \end{bmatrix}$$

- ① -16 ② -8 ③ 1 ④ 8 ⑤ 16

10. [8점] 적분값 $\int_0^1 \ln(1+e^x) dx - \int_{-1}^0 \ln(1+e^x) dx$ 를 구하면?

- ① $-\frac{e}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{e}{2}$

11. [8점] 다음 급수 중 수렴하는 것을 고르면?

- ① $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{n}$ ② $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{n\sqrt{n}}$ ③ $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \log n}$
 ④ $\sum_{n=1}^{\infty} \tan\left(\frac{1}{n}\right)$ ⑤ $\sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

12. [8점] 적분값 $\int_0^2 \frac{1}{(x^2+4)^2} dx$ 를 구하면?

- ① $\frac{\pi-2}{64}$ ② $\frac{\pi-1}{64}$ ③ $\frac{\pi}{64}$
 ④ $\frac{\pi+1}{64}$ ⑤ $\frac{\pi+2}{64}$

13. [8 점] 극곡선 $r = \theta$ (단, $-\frac{3\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}$)의 안쪽 고리의 외부, 바깥쪽 고리의 내부에 있는 영역의 면적을 구하면?

- ① $\frac{17\pi^3}{24}$ ② $\frac{19\pi^3}{24}$ ③ $\frac{21\pi^3}{24}$
 ④ $\frac{23\pi^3}{24}$ ⑤ $\frac{25\pi^3}{24}$

14. [8 점] 포물선 $x = 4 - y^2$ 위에서 점 $(0, -2)$ 로부터 점 $(0, 2)$ 까지 이동하는 경로를 C 라 할때, 선적분 $\int_C y^2 dx + x dy$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{20}{3}$ ② $\frac{23}{3}$ ③ $\frac{26}{3}$ ④ $\frac{29}{3}$ ⑤ $\frac{32}{3}$

15. [8 점] 함수 $f(x) = \sqrt{1+x^3}$ 에 대하여, $\frac{f^{(9)}(0)}{9!}$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{3}{16}$ ② $-\frac{1}{16}$ ③ $\frac{1}{16}$ ④ $\frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

16. [8 점] 벡터공간 $V = \{ax^2 + bx + c \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}$ 에 대하여, 선형사상 $L : V \rightarrow V$ 는 $L(p(x)) = x^2 p(1 - \frac{1}{x})$ 로 정의된다. 선형사상 L 의 대각합 $\text{tr}(L)$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

17. [9.2 점] 점 $(0, 0)$ 에서 $(1, 1)$ 로, $(1, 1)$ 에서 $(0, 1)$ 로, $(0, 1)$ 에서 $(0, 0)$ 으로 가는 삼각형 경로를 C 라 하자. 이때 다음 적분값을 구하면?

$$\oint_C \sqrt{x^2 + 1} dx + \frac{x^2}{2} dy$$

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

18. [9.2 점] 적분값 $\int_{-1}^1 (\arccos(x) + \arccos(-x)) dx$ 를 구하면?

- ① 0 ② π ③ 2π ④ 3π ⑤ 4π

19. [9.2 점] 임의의 삼변수 함수 $g(x, y, z)$ 에 대하여, 다음 식

$$\int_{-1}^1 \int_{x^2}^1 \int_0^{\sqrt{y}} g(x, y, z) dz dy dx = \int_a^b \int_c^d \int_e^f g(x, y, z) dy dx dz$$

가 성립할 때, $h(x, y, z) = a + b + c + d + e + f$ 라 하자. 이때, $h(0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ $\frac{13}{4}$

20. [9.2 점] 극곡선 $r = \cos \theta + \sin \theta$ 는 $\theta = a$ 에서 수직접선을 가지며, $\theta = b$ 에서 수평접선을 가진다. 이때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, $0 \leq a, b \leq \frac{\pi}{2}$ 이다).

- ① $\frac{\pi}{8}$ ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ $\frac{3\pi}{4}$

21. [9.2점] 실계수 2차 이하의 다항식의 벡터공간 P_2 의 두 원소 f, g 에 대하여 내적을 $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ 로 정의하고, 이 내적으로부터 정의되는 노름(norm)을 $\|\cdot\|$ 라 하자. 두 벡터 $v_1 = 1, v_2 = x^2$ 으로 생성되는 P_2 의 부분공간 W 에 대하여, $\|w - x\|$ 의 값이 최소가 되는 W 의 원소 w 를 $w = av_1 + bv_2$ 로 표현하자. 이때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{9}{8}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{11}{8}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{13}{8}$

22. [9.2점] 구면좌표계의 곡면 $\rho = \cos \phi$ 로 둘러싸인 입체를 E 라 할 때, 삼중적분값 $\iiint_E z dV$ 을 구하면?

- ① $\frac{\pi}{12}$ ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

23. [10점] 정의역이 양의 실수의 집합이며 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 가 모든 양수 x 에 대해 $(xf'(x))' \geq 0$ 을 만족할 때, 다음 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보기]

(ㄱ) 모든 양수 b 에 대하여 $\int_b^x f'(t) dt \geq bf'(b) \int_b^x \frac{1}{t} dt$ 이다.

(ㄴ) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \leq M$ 을 만족하는 M 이 존재하면, 모든 양수 b 에 대하여 $f'(b) > 0$ 이다.

(ㄷ) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \leq M$ 을 만족하는 M 과 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \leq m$ 을 만족하는 m 이 존재하면, 함수 f 는 상수함수이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. [10 점] 네 개의 1×4 행렬

$$A_1 = (1, 0, 1, 0), A_2 = (0, 1, 1, 1),$$

$$A_3 = (1, 2, 3, 2), A_4 = (3, 1, 3, 1)$$

에 대해 4×4 행렬 B 는

$$B = \sum_{i=1}^4 A_i^t A_i$$

로 정의된다. 행렬 B 의 계수(rank)를 구하면? (단, A^t 는 A 의 전치행렬이다.)

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

25. [10 점] 포물면 $z = 1 - x^2 - y^2$ 과 평면 $z = 1 - x$ 로 둘러싸인 입체의 체적을 구하면?

- ① $\frac{\pi}{96}$ ② $\frac{\pi}{32}$ ③ $\frac{5\pi}{96}$ ④ $\frac{7\pi}{96}$ ⑤ $\frac{11\pi}{96}$