

수 학 시 험 문 제 (자연계 A형)

지망모집단위:

수험번호:

성명:

- * 문제지의 각 페이지가 모두 A형인지 확인 바랍니다.
- * 본 대학교 2025학년도 편입학모집 자연계열 필답고사는 총 7쪽 25문항이며, 총점은 200점입니다.
- * 문항별 배점은 문항 번호 옆에 표시되어 있습니다.
- * 오답감점제가 시행되며 틀린 답은 배점의 $\frac{1}{5}$ 만큼 감점 됩니다. 무응답은 감점이 없습니다.
- * 답안은 별도의 OMR 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 표기하여야 합니다.
- * 연습장, 계산기 및 전자기기는 사용할 수 없습니다.

1. [7.1점] $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$ 에 대하여 $f_y(0, 3)$ 의 값은?

- ① $-\frac{2}{81}$ ② $-\frac{1}{27}$ ③ $-\frac{4}{81}$ ④ $-\frac{5}{81}$ ⑤ $-\frac{2}{27}$

2. [7.1점] $f(x) = \frac{x-3}{\tan(1-x)}$ 일 때, 극한 $\lim_{x \rightarrow 1} x^{f(x)}$ 을 구하면?

- ① e^{-2} ② e^{-1} ③ 1 ④ e ⑤ e^2

3. [7.1점] 거듭제곱급수 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{\sqrt{2n+1}}$ 의 수렴반지름은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ ∞

4. [7.1점] 좌표공간에서 $x^5z^3 - 2y^4z + 2x^4y^3 = 1$ 로 주어지는 곡면 위의 점 $(1, 1, 1)$ 에서의 접평면의 방정식을 $z = f(x, y)$ 라 할 때, $f(0, -3)$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. [7.4점] 양수 x 에 대하여 $\int_x^{x^2} \frac{dt}{24t + \sqrt{t}}$ 가 최소가 되도록 하는 x 의 값은?

- ① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{28}$ ③ $\frac{1}{32}$ ④ $\frac{1}{36}$ ⑤ $\frac{1}{40}$

6. [7.4점] 정적분 $\int_0^1 (\arcsin x)^2 dx$ 의 값은?

- ① $\frac{\pi^2}{4} - 1$ ② $\frac{\pi^2}{4} - 2$ ③ $\frac{\pi^2}{4} - 3$
 ④ $\frac{\pi^2}{4} - 4$ ⑤ $\frac{\pi^2}{4} - 5$

7. [7.4점] 극곡선 $r = 2 + \cos 2\theta$ 와 이 극곡선을 원점을 중심으로 90° 회전하여 얻은 곡선의 공통 내부의 넓이는?

- ① $3\pi - 4$ ② $\frac{9}{2}\pi - \frac{25}{3}$ ③ $\frac{9}{2}\pi - 8$
 ④ $3\pi - 3$ ⑤ $5\pi - 9$

8. [7.4점] 다음 행렬 A 의 역행렬의 모든 원소의 절댓값의 합은?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

9. [7.7점] 다음 <보기>의 급수 중에서 수렴하는 것만을 있는 대로 고르면?

<보기>

$(\neg) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{4}$	$(\wr) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{-n}$
$(\sqsubset) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^2}$	

- ① \neg ② \neg, \wr ③ \neg, \sqsubset
 ④ \wr, \sqsubset ⑤ \neg, \wr, \sqsubset

10. [7.7점] $\arctan \frac{\sqrt{3}}{2} + \arctan \frac{2}{\sqrt{3}}$ 의 값은?

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ π

11. [7.7점] $f(x) = \frac{\pi}{8} + \arctan 2x$ 에 대하여 $(f^{-1})''(-\frac{\pi}{8})$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

12. [7.7점] 이변수함수 $f(x, y)$ 에 대하여, 함수 $g(t)$ 를 $g(t) = f(2 + 3t, 3 + 4t)$ 라 정의하자. $\mathbf{u} = \langle \frac{3}{5}, \frac{4}{5} \rangle$, $D_{\mathbf{u}}f(2, 3) = 2$, $D_{\mathbf{u}}f(5, 7) = 3$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은?

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

13. [8.1점] $\frac{1}{1-4x+3x^2}$ 의 매클로린 급수에서 x^5 의 계수는?

- ① 182 ② -182 ③ 364
 ④ -364 ⑤ 483

14. [8.1점] 곡선 $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = 9$ 의 길이는?

- ① 158 ② 160 ③ 162 ④ 164 ⑤ 166

15. [8.1점] 다음 조건을 만족시키는 행렬 A 의 모든 원소의 합은?

$$A\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_1, \quad A\mathbf{v}_2 = -2\mathbf{v}_2, \quad A\mathbf{v}_3 = 4\mathbf{v}_3$$

단, $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 이다.

- ① -5 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 5

16. [8.1점] 특이적분 $\int_0^\infty e^{-2x^2} dx$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}}$ ② $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}}$ ④ $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{\pi}}{4\sqrt{2}}$

17. [8.5점] $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ 과 $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ 에 대하여

$f(x, y, z) = \mathbf{x}^T A \mathbf{x}$ 라 하자. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 일 때 $f(x, y, z)$ 의 최대값과 최소값의 합은?

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

18. [8.5점] 정사각행렬 A 가 다음 조건을 만족시킬 때, A 의 고윳값 1 에 대한 고유공간의 차원의 최댓값과 최솟값의 합은?

(가) A 의 특성다항식은 $(x - 1)^8(x - 2)^3$ 이다.
 (나) A 의 최소다항식은 $(x - 1)^3(x - 2)^2$ 이다.

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

19. [8.5점] 곡면 $S : x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$ 을 통한 벡터마당 $\mathbf{F}(x, y, z) = \langle y, x, z^3 \rangle$ 의 흐름량 $\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{6}\pi}{45}$ ② $\frac{2\sqrt{6}\pi}{45}$ ③ $\frac{\sqrt{6}\pi}{15}$
 ④ $\frac{4\sqrt{6}\pi}{45}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}\pi}{9}$

20. [8.5점] $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq y\}$ 에 속하는 점 (x, y) 에서 원점까지의 거리를 $f(x, y)$ 라 정의할 때, D 위에서 함수 f 의 평균값은?

- ① $\frac{5}{3\pi}$ ② $\frac{31}{18\pi}$ ③ $\frac{16}{9\pi}$ ④ $\frac{11}{6\pi}$ ⑤ $\frac{17}{9\pi}$

21. [8.8점] 극곡선 $r = \cos t, \theta = \sin t (0 \leq t \leq 2\pi)$ 로 둘러싸인 영역의 넓이는?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

22. [8.8점] 곡면 S 는 방정식 $z = 5 - y - 2\sqrt{x^2 + y^2}$ 을 만족시키며 원기둥 $x^2 + y^2 = 4$ 의 안쪽에 놓인 위쪽 방향의 곡면이다. 벡터마당 $\mathbf{F} = \langle 3y^2, 2z^4, 3x^3 \rangle$ 에 대하여 적분 $\iint_S \text{curl } \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, dS$ 의 값은?

- ① -9π ② -16π ③ -25π
 ④ -36π ⑤ -49π

23. [8.8점] 한 변의 길이가 1인 정 n 각형 A_n 의 외접원을 O_n , 내접원을 I_n 이라 할 때, 다음 극한을 구하면?

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{O_n \text{의 넓이} - A_n \text{의 넓이}}{A_n \text{의 넓이} - I_n \text{의 넓이}}$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. [9.2점] 정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sin^6 x + \cos^6 x} dx$ 의 값은?

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{5\pi}{12}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

25. [9.2점] 원점에서 출발하여 세 점 $(2, 2, 0)$, $(0, 2, 0)$, $(0, 0, 1)$ 을 순서대로 거쳐 다시 원점으로 돌아오는 선분들로 이루어진 경로를 C 라 하자.

벡터마당 $\mathbf{F}(x, y, z) = \langle e^{x^2}, 2z, y \rangle$ 에 대하여

선적분 $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ 의 값은?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$