

2009학년도 수시2학기
면 접 고 사 답 안 지 P

문제 1. 집합 S 를 $S = \{(a^2 + b^2 - 1, ab - 2) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ 로 정의하자. (\mathbb{R} 은 실수 전체의 집합이다.)

(a) (10점) $(2, 1) \notin S$ 임을 보여라. (b) (10점) $(4, -1) \in S$ 임을 보여라. (c) (30점) S 의 영역을 그림으로 나타내어라.

풀이.

(a) 총10점	방정식 $a^4 - 3a^2 + 9 = 0$ 에서 $D = 9 - 36 < 0$ 으로	0점 또는 10점
	증명한 경우 별해: $a^2 + b^2 = 3$ 이고 $ab = 3$ 이므로 $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 3 - 6 = -3 < 0$ 이다.	0점 또는 10점
(b) 총10점	방정식 $a^4 - 5a^2 + 1 = 0$ 을 풀어서 $a = \pm\sqrt{\frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}}, b = \pm\sqrt{\frac{5 \mp \sqrt{21}}{2}}$ 를 구한 경우.	0점 또는 10점
	별해: $a^2 + b^2 = 5, ab = 1$ 이므로 $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 7$ 이다. 따라서 $a + b = \pm\sqrt{7}, ab = 1$ 이고 판별식 $D = (a + b)^2 - 4ab = 7 - 4 = 3 > 0$ 이다.	(1) $a + b = \pm\sqrt{7}, ab = 1$ 을 얻으면 5점 (2) 판별식 $D > 0$ 임을 이용하면 10점
(c) 총30점	방정식 $a^4 - (x + 1)a^2 + (y + 2)^2 = 0$ 을 풀어서 $a^2 = \frac{(x+1) \pm \sqrt{(x+1)^2 - 4(y+2)^2}}{2}$ 를 구한뒤 $D = (x + 1)^2 - 4(y + 2)^2 = (x + 2y + 5)(x - 2y - 3) \geq 0$ 과 $x + 1 = a^2 + b^2 \geq 0$ 을 이용하여 같은 결과를 얻는다.	다음에 각 10점씩: (1) $x + 2y + 5 \geq 0$ (2) $x - 2y - 3 \geq 0$ (3)
	별해: $x = a^2 + b^2 - 1, y = ab - 2$ 이므로 $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = x + 1 + 2(y + 2) = x + 2y + 5 \geq 0$ 이다. 따라서 $a + b = \pm\sqrt{x + 2y + 5}, ab = y + 2$ 이고 $D = (a + b)^2 - 4ab = x + 2y + 5 - 4 - 8 = x - 2y - 3 \geq 0$ 이다.	다음에 각 10점씩: (1) $x + 2y + 5 \geq 0$ (2) $x - 2y - 3 \geq 0$ (3) 위에 표시된 영역

